Mathias Jesussek

Hannah Volk-Jesussek

Statistik leichtgemacht

Eine verständliche Einführung

4. Auflage

©DATAtab e.U. | Graz | 2024

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung von DATAtab e.U.

Einbandentwurf: Mathias Jesussek

Einleitung ... 13
1. Deskriptive Statistik und Inferenzstatistik ... 14
1.1 Teilbereiche der Statistik ... 14
1.2 Deskriptive Statistik ... 15
1.3 Inferenzstatistik ... 18
2. Skalenniveaus ... 22
2.1 Nominale Variablen ... 23
2.2 Ordinale Variablen ... 23
2.3 Kategorische Variablen ... 24
2.4 Metrische Variablen ... 25
2.5 Verhältnisskala und Intervallskala ... 25
2.6 Beispiele für die Skalenniveaus ... 26
3. Stichprobe und Grundgesamtheit ... 28
3.1 Was ist der Unterschied zwischen Vollerhebung und Stichprobe? ... 28
3.2 Was wird unter Grundgesamtheit und Stichprobe verstanden? ... 29
3.3 Welche Arten der Stichprobenziehung gibt es? ... 29
3.4 Was ist eine Wahrscheinlichkeitsauswahl? ... 30
3.5 Was ist eine bewusste Auswahl? ... 30
3.6 Was ist eine willkürliche Auswahl? ... 31
3.7 Wie ziehe ich die Stichprobe bei Online-Umfragen? ... 31
3.8 Wie beschreibe ich die Stichprobe in meiner Bachelor- oder Masterarbeit? ... 32
4. Deskriptive Statistik ... 33
4.1 Lagemaße ... 33
4.2 Modalwert ... 34
4.3 Median ... 35
4.4 Streuungsmaße ... 40
4.4.1 Standardabweichung? ... 41
4.4.2 Varianz ... 42
4.4.3 Spannweite ... 43
4.4.4 Quartile ... 44
4.4.5 Interquartilsabstand ... 45
4.5 Häufigkeitstabelle ... 47
4.5.1 Absolute und relative Häufigkeiten ... 47
4.5.2 Mit fehlenden Werten umgehen ... 48
4.5.3 Gültige Prozente berechnen ... 48
4.5.4 Häufigkeitstabellen erstellen ... 49

4.6 Kreuztabelle ... 53
4.6.1 Kreuztabellen in der Statistik ... 53
4.6.2 Kreuztabellen interpretieren ... 54
4.6.3 Beispiel Kreuztabelle ... 55
4.6.4 Eine Kreuztabelle auf Signifikanz prüfen ... 56
4.7 Diagramme ... 57
4.7.1 Balkendiagramm ... 57
4.7.2 Balkendiagramm für Häufigkeiten ... 58
4.7.3 Gruppierte Balkendiagramme ... 59
4.7.4 Balkendiagramm für Mittelwerte ... 60
4.7.5 Fehlerbalken ... 61
4.7.6 Beispiel Balkendiagramm ... 61
4.7.7 Histogramm ... 63
4.7.8 Beispiel Histogramm ... 64
4.7.9 Streudiagramm ... 66
4.7.10 Boxplot ... 68
5. Inferenzstatistik ... 72
5.1 Was ist eine Hypothese? ... 72
5.2 Wie formuliere ich eine Hypothese? ... 73
5.3 Was ist eine Variable? ... 74
5.4 Was sind die Null- und Alternativhypothese? ... 74
5.5 Arten von Hypothesen ... 75
5.5.1 Unterschiedshypothesen ... 75
5.5.2 Zusammenhangshypothesen ... 77
5.5.3 Gerichtete und ungerichtete Hypothesen ... 77
5.5.4 Ungerichtete Hypothesen ... 78
5.5.5 Gerichtete Hypothesen ... 79
5.5.6 Der p-Wert bei gerichteten Hypothesen ... 79
5.6 Hypothesentest ... 80
5.6.1 Wann benötigst du einen Hypothesentest? ... 81
5.6.2 Die Unsicherheit bei Hypothesentests ... 81
5.6.3 Was ist das Signifikanzniveau bzw. die Irrtumswahrscheinlichkeit? ... 82
5.6.4 Beispiel Signifikanzniveau und p-Wert ... 83
5.6.5 Welche Fehlerarten gibt es bei Hypothesentests? ... 84
5.6.6 Wie finde ich den passenden Hypothesentest? ... 85
5.6.7 Was sind parametrische und nicht parametrische Tests? ... 85

5.6.8 Welche Arten von Hypothesentests gibt es? ... 86
5.6.9 Beispiele für Hypothesentests ... 88
5.7 Der p-Wert ... 89
5.7.1 Was ist der p-Wert? ... 89
5.7.2 Wann wird der p-Wert verwendet? ... 90
5.7.3 Signifikanzniveau ... 91
5.7.4 p-Wert berechnen ... 92
5.7.5 Statistische Tests und der p-Wert ... 94
5.7.6 Wie gebe ich den p-Wert an? ... 94
6. Prüfung von Voraussetzungen statistischer Tests ... 96
6.1 Levene-Test zur Prüfung der Varianzhomogenität ... 96
6.2 Levene-Test Beispiel ... 98
6.3 Test auf Normalverteilung (KS-Test) ... 101
6.3.1 Analytische Prüfung auf Normalverteilung ... 102
6.3.2 Graphische Prüfung auf Normalverteilung ... 104
7. Statistische Tests zur Prüfung von Unterschieden ... 107
7.1 Einstichproben t-Test ... 107
7.1.1 Grundlagen des Einstichproben t-Tests ... 107
7.1.2 Fragestellungen für einen t-Test für eine Stichprobe ... 108
7.1.3 Voraussetzungen für den Einstichproben t-Test ... 109
7.1.4 Hypothesen für den Einstichproben t-Test ... 110
7.1.5 Berechnung des Einstichproben t-Tests ... 111
7.1.6 Einstichproben t-Test mit Beispiel berechnen ... 113
7.1.7 APA Format | Einstichproben t-Test ... 116
7.2 t-Test für unabhängige Stichproben ... 117
7.2.1 Wofür benötige ich den unabhängigen t-Test? ... 117
7.2.2 Was sind unabhängige Stichproben? ... 118
7.2.3 Gepaarter vs. ungepaarter t-Test ... 119
7.2.4 Beispiele für den ungepaarten t-Test ... 119
7.2.5 Fragestellung und Hypothesen für den ungepaarten t-Test ... 120
7.2.6 Voraussetzungen für den unabhängigen t-Test ... 121
7.2.7 Wie wird der t-Test für unabhängige Stichproben berechnet? ... 122
7.2.8 Konfidenzintervall für den wahren Mittelwertsunterschied ... 125
7.2.9 Einseitiger und zweiseitiger t-Test für unabhängige Stichproben ... 125
7.2.10 Effektstärke berechnen ... 125
7.2.11 Beispiel t-Test für unabhängige Stichproben ... 126

7.2.12 Wie wird der t-Test für unabhängige Stichproben interpretiert? 129
7.3 t-Test für abhängige Stichproben 131
7.3.1 Wofür brauchst du den gepaarten t-Test? 131
7.3.2 Was sind abhängige bzw. gepaarte Stichproben? 132
7.3.3 Beispiele für den t-Test für gepaarte Stichproben 133
7.3.4 Fragestellung und Hypothesen für den t-Test für abhängige Stichproben 134
7.3.5 Voraussetzungen t-Test für abhängige Stichproben 134
7.3.6 Wie wird der t-Test für abhängige Stichproben berechnet? 136
7.3.7 Beispiel mit DATAtab 138
7.3.8 Wie wird der t-Test für abhängige Stichproben interpretiert? 140
7.3.9 Effektstärke beim abhängigen t-Test 140
7.4 Mann-Whitney-U-Test 141
7.4.1 Voraussetzungen Mann-Whitney-U-Tests 141
7.4.2 Mann-Whitney-U-Test berechnen 142
7.4.3 Beispiel mit DATAtab 144
7.4.4 Mann-Whitney-U-Test interpretieren 146
7.4.5 Mann-Whitney-U-Test und Effektstärke 147
7.5 Wilcoxon-Test 147
7.5.1 Voraussetzungen des Wilcoxon-Tests 148
7.5.2 Wie wird der Wilcoxon-Test berechnet? 148
7.5.3 Wilcoxon-Test mit DATAtab berechnen 150
7.6 Effektstärke 152
7.6.1 Der Unterschied zwischen Effektstärke und p-Wert 153
7.6.2 Effektstärke beim t-Test für unabhängige Stichproben 154
7.6.3 Effektstärke interpretieren 155
7.6.4 Effektstärke mit DATAtab berechnen 155
8. Analyse von Häufigkeiten 157
8.1 Binomialtest 157
8.1.1 Wie wird der Binomialtest berechnet? 158
8.1.2 Beispiel für einen Binomialtest 158
8.2 Chi-Quadrat-Test 161
8.2.1 Anwendungsbereiche des Chi-Quadrat Tests 162
8.2.2 Wie wird der Chi-Quadrat-Test berechnet? 163
8.2.3 Chi-Quadrat-Verteilungstest 166
8.2.4 Chi-Quadrat-Homogenitätstest 167
8.2.5 Effektstärke beim Chi-Quadrat-Test 167

8.2.6 Beispiel: Chi-Quadrat-Test mit DATAtab ... 169
9. Statistische Tests zur Prüfung von Unterschieden bei mehr als zwei Gruppen ... 174
9.1 Varianzanalyse im Allgemeinen ... 174
9.2 Einfaktorielle und zweifaktorielle ANOVA im Vergleich ... 176
9.3 Die einfaktorielle Varianzanalyse ... 176
9.3.1 Beispiel: Einfaktorielle Varianzanalyse ... 177
9.3.2 Hypothesen bei der einfaktoriellen Varianzanalyse ... 178
9.3.3 Voraussetzungen der einfaktoriellen Varianzanalyse ... 179
9.4 Welch's ANOVA ... 180
9.5 Einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholungen ... 181
9.5.1 Messwiederholung: ... 181
9.6 Zweifaktorielle Varianzanalyse ... 182
9.6.1 Beispiel: Zweifaktorielle Varianzanalyse ... 182
9.6.2 Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung ... 183
9.6.3 Beispiel einfaktorielle Varianzanalyse mit DATAtab ... 183
9.7 Kruskal-Wallis-Test ... 185
9.7.1 Voraussetzungen für den Kruskal-Wallis-Test ... 186
9.7.2 Kruskal-Wallis-Test berechnen ... 187
9.7.3 Beispiel: Kruskal-Wallis-Test ... 188
10. Statistische Verfahren zur Prüfung von Zusammenhängen ... 192
10.1 Korrelation ... 192
10.1.1 Korrelation und Kausalität ... 192
10.1.2 Interpretation der Korrelation ... 193
10.1.3 Korrelation auf Signifikanz prüfen ... 195
10.2 Korrelationsanalyse nach Pearson ... 196
10.2.1 Voraussetzungen der Pearson-Korrelation ... 198
10.2.2 Beispiel: Pearson-Korrelation ... 199
10.3 Spearman-Rangkorrelation ... 201
10.4 Partialkorrelation ... 202
10.4.1 Berechnung der Partialkorrelation ... 202
10.4.2 Partialkorrelation Beispiel: ... 203
10.4.3 Partielle Korrelation 2. Ordnung ... 204
10.5 Kendalls Tau ... 205
10.6 Punktbiseriale Korrelation ... 214
10.6.1 Punktbiseriale Korrelation berechnen ... 214
10.6.2 Punktbiserialer Korrelationskoeffizient ... 218

10.6.3 Hypothesen Punktbiseriale Korrelation ... 218
10.6.4 Punktbiseriale Korrelation und der t-Test für unabhängige Stichproben ... 219
10.6.5 Voraussetzungen für eine Punktbiseriale Korrelation ... 220
11. Regressionsanalyse ... 221
11.1 Grundlagen der Regression ... 221
11.2 Wann verwende ich eine Regressionsanalyse? ... 222
11.3 Formen der Regressionsanalyse ... 223
11.4 Wie berechne ich eine Regression? ... 224
11.5 Lineare Regression ... 225
11.6 Einfache Lineare Regression ... 226
11.7 Multiple lineare Regression ... 228
11.8 Multivariate Regression vs. multiple Regression ... 230
11.9 Voraussetzungen der linearen Regression ... 231
11.10 Signifikanztest und Regression ... 234
11.11 Beispiel lineare Regression ... 236
11.12 Logistische Regression ... 238
11.12.1 Was ist eine logistische Regression? ... 239
11.12.2 Logistische Regression berechnen ... 239
11.12.3 Logistische Funktion ... 240
11.12.4 Maximum-Likelihood-Methode ... 242
11.12.5 Die Likelihood-Funktion ... 242
11.12.6 Interpretation einer logistischen Regression ... 243
11.12.7 Pseudo-Bestimmtheitsmaß ... 244
11.12.8 Multinomiale logistische Regression ... 246
11.12.9 Beispiel logistische Regression ... 246
11.13 ROC-Kurve ... 250
11.13.1 Beispiel für eine ROC-Kurve ... 250
11.13.2 True Positive Rate und False Positive Rate ... 252
11.13.3 ROC Kurve zeichnen ... 253
11.13.4 ROC-Kurve mit DATAtab erstellen ... 260
12. Faktorenanalyse ... 262
12.1 Fragestellungen der Faktorenanalyse ... 263
12.2 Was bedeutet Faktor? ... 263
12.3 Faktorladung, Eigenwert, Kommunalitäten ... 264
12.4 Scree-Test zur Bestimmung der Faktorenzahl ... 266
12.5 Komponenten- und Rotationsmatrix ... 268

13. Clusteranalyse 270
13.1 k-Means-Clusteranalyse 270
13.2 Wie läuft das k-Means-Verfahren ab? 270
13.3 Bestimmung der optimalen Cluster-Anzahl 273
13.4 Die Ellenbogen-Methode („Elbow Method“) 273
13.5 Hierarchische Clusteranalyse 274
13.5.1 Beispiel Hierarchische Clusteranalyse 274
13.5.2 Wie wird eine Hierachische Clusteranalyse berechnet? 275
13.5.3 Distanz zwischen zwei Punkten 276
14. Warenkorbanalyse [Assoziationsanalyse] 291
14.1 Was macht die Assoziationsanalyse? 291
14.2 Warenkorbanalyse Beispiel 292
14.3 Warenkorbanalyse Ergebnisse interpretieren 294
15. Überlebenszeitanalyse 296
15.1.1 Was ist eine Überlebenszeitanalyse? 296
15.1.2 Beispiel für die Überlebenszeitanalyse 298
15.2 Zensierte Daten 299
15.3 Methoden der Überlebenszeitanalyse 300
15.4 Kaplan Meier Kurve 301
15.5 Kaplan-Meier-Kurve berechnen 302
15.6 Log Rank Test 307
15.7 Hypothesen beim Log Rank Test 308
15.8 Log Rank Test berechnen 309
15.9 Cox Regression 314
15.10 Cox Regression interpretieren 316
15.11 Überlebenszeitanalyse mit DATAtab berechnen 317
Literaturhinweise 321

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Grundgesamtheit und Stichprobe 14
Abbildung 2: Teilbereiche der deskriptiven Statistik 15
Abbildung 3: Aufgabe der Inferenzstatistik 18
Abbildung 4: Methoden der Inferenzstatistik 19
Abbildung 5: Beispiel Inferenzstatistik 20
Abbildung 6: Skalen- bzw. Messniveaus 22
Abbildung 7: Stichprobenziehung 29
Abbildung 8: Lagemaße 33
Abbildung 9: Darstellung des Medians 35
Abbildung 10: Median bei gerader und ungerader Anzahl an Merkmalsträgern 36
Abbildung 11: Mittelwert und Median im Vergleich 38
Abbildung 12: Streuungsmaße im Überblick 40
Abbildung 13: Berechnung der Standardabweichung 42
Abbildung 14: Darstellung der Spannweite 44
Abbildung 15: Darstellung des Interquartilsabstands 45
Abbildung 16: Beispiel einer Häufigkeitstabelle 47
Abbildung 17: Prozente und gültige Prozente im Überblick 48
Abbildung 18: Häufigkeit der Automarken 52
Abbildung 19: Beispiel einer Kreuztabelle 53
Abbildung 20: Erstellung einer Kreuztabelle 54
Abbildung 21: Die bekanntesten Diagramme im Überblick 57
Abbildung 22: horizontalen und vertikalen Balkendiagramme 58
Abbildung 23: Balkendiagramm für Häufigkeiten 58
Abbildung 24: Stürze im Krankenhaus 59
Abbildung 25: Gruppierte Balkendiagramme 60
Abbildung 26: Fehlerbalken 61
Abbildung 27: Beispiel eines Balkendiagramms 62
Abbildung 28: Geschachteltes Balkendiagramm 63
Abbildung 29: Beispiel eines Histogramms 64
Abbildung 30: Beispiel eines Histogramms 66
Abbildung 31: Beispiel eines Streudiagramms 67
Abbildung 32: Zusammenhänge im Streudiagramm 67
Abbildung 33: Boxplot Beispiel 68
Abbildung 34: Boxplot interpretieren 69
Abbildung 35: Diagramm erstellen mit DATAtab 71
Abbildung 36: Eigenschaften von Hypothesen 72
Abbildung 37: Hypothesen im Forschungsprozess 73
Abbildung 38: Unterschiedshypothesen 76
Abbildung 39: Zusammenhangshypothesen 77
Abbildung 40: Gerichtete und ungerichtete Hypothesen 77
Abbildung 41: Einseitiges und zweiseitiges Testen 78
Abbildung 42: Logik des statistischen Schließens 80
Abbildung 43: Unsicherheit beim Hypothesentest 81
Abbildung 44: Fehlerarten bei Hypothesentests 84
Abbildung 45: Auswahl des Skalenniveaus mit DATAtab 86

Abbildung 46: Die Interpretation des p-Werts ... 90
Abbildung 47: Die t-Verteilung ... 93
Abbildung 48: Die Chi-Quadrat-Verteilung ... 93
Abbildung 49: Der Levene-Test auf Varianzhomogenität ... 96
Abbildung 50: Grafische Prüfung der Varianzhomogenität ... 99
Abbildung 51: Erklärung des Levene Tests ... 100
Abbildung 52: Tests auf Normalverteilung ... 102
Abbildung 53: Zusammenhang p-Wert und Stichprobengröße ... 103
Abbildung 54: Histogramm mit Normalverteilungskurve ... 105
Abbildung 55: Q-Q-Plot zur Prüfung der Normalverteilung mit DATAtab ... 105
Abbildung 56: Ergebnisse des Tests auf Normalverteilung mit DATAtab ... 106
Abbildung 57: Die 3 Varianten des t-Tests ... 108
Abbildung 58: Ein- und zweiseitiger t-Test ... 109
Abbildung 59: t-Teststatistik ... 111
Abbildung 60: Mittelwertsunterschied ... 118
Abbildung 61: Berechnung des t-Tests für unabhängige Stichproben ... 123
Abbildung 62: Berechnung des t-Wertes ... 124
Abbildung 63: Boxplot zur Darstellung der t-Test Ergebnisse ... 130
Abbildung 64: Formen des t-Tests ... 131
Abbildung 65: t-Test für abhängige bzw. gepaarte Stichproben ... 132
Abbildung 66: t-Test und Mann-Whitney-U-Test ... 141
Abbildung 67: Voraussetzungen des U-Tests ... 142
Abbildung 68: Rangsummen berechnen ... 142
Abbildung 69: Berechnung des Wilcoxon-Tests ... 149
Abbildung 70: Effektstärken ... 152
Abbildung 71: Unterschied Effektstärke und p-Wert ... 153
Abbildung 72: Effektstärke berechnen mit DATAtab ... 156
Abbildung 73: Beispiel für kategorische Variablen ... 161
Abbildung 74: Einsatz des Chi-Quadrat-Tests ... 161
Abbildung 75: Vom Fragebogen zur Kreuztabelle ... 162
Abbildung 76: Effektstärken interpretieren ... 168
Abbildung 77: Arten der Varianzanalyse ... 175
Abbildung 78: Varianzaufklärung der ANOVA ... 177
Abbildung 79: Messwiederholungen ... 181
Abbildung 80: Darstellung von Zusammenhängen im Streudiagramm ... 200
Abbildung 81: Partialkorrelation ... 202
Abbildung 82: Scheinkorrelation Störche und Geburtenrate ... 203
Abbildung 83: Fragestellung der Regression ... 221
Abbildung 84: Arten der Regression ... 224
Abbildung 85: Einfache und multiple lineare Regression ... 225
Abbildung 86: Streudiagramm zur Darstellung des Zusammenhangs ... 226
Abbildung 87: Darstellung der Regressionsgeraden ... 227
Abbildung 88: Linearität und Nicht-Linearität ... 231
Abbildung 89: Homo- und Heteroskedastizität ... 232
Abbildung 90: Analytische und grafische Prüfung der Normalverteilung ... 233
Abbildung 91: Einflussfaktoren auf eine Krankheit im Regressionsmodell ... 239
Abbildung 92: Grenzen der linearen Regression ... 240
Abbildung 93: Die logistische Funktion ... 241

Abbildung 94: Annäherung an die logistische Funktion 241
Abbildung 95: Likelihood-Funktion 243
Abbildung 96: Grundlagen der Faktorenanalyse 262
Abbildung 97: Grundbegriffe der Faktorenanalyse 265
Abbildung 98: Scree-Plot zur Bestimmung der Faktorenzahl 266
Abbildung 99: Varianzerklärung in der Faktorenanalyse 267
Abbildung 100: Kommunalitäten in der Faktorenanalyse 267
Abbildung 101: Komponentenmatrix der Faktorenanalyse 268
Abbildung 102: Rotierte Komponentenmatrix 269
Abbildung 103: Centroids der Cluster 271
Abbildung 104: Schritte des k-Means-Algorithmus 272

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Levene-Test 100
Tabelle 2: Tabelle der t-Werte 112
Tabelle 3: Varianzen im Beispiel der ANOVA 178
Tabelle 4: Beispiel zweifaktorielle ANOVA 182
Tabelle 5: Stärke des Zusammenhangs 194
Tabelle 6: Stärke der Korrelationskoeffizienten 197
Tabelle 7: Stärke des Zusammenhangs 197
Tabelle 8: Ergebnisse der linearen Regression 237
Tabelle 9: Faktorenanalyse Beispiele 263
Tabelle 10: Korrelationsmatrix als Grundlage der Faktorenanalyse 265

Einleitung

Dieses Buch gibt einen Überblick über zentrale Themengebiete der Statistik. Es werden dabei die wichtigsten Methoden und Kennwerte der deskriptiven Statistik sowie der schließenden Statistik (Inferenzstatistik) beschrieben und anhand von Grafiken veranschaulicht. Zusätzlich bietet das Buch Schritt für Schritt Erklärungen für die Datenanalyse mit DATA*tab*. Ziel ist es, die Hintergründe der statistischen Methoden sowie deren Umsetzung in DATA*tab* leicht verständlich und anschaulich darzustellen.

Wir beginnen dabei mit den Grundlagen der deskriptiven Statistik und Inferenzstatistik sowie deren Unterschiede und Anwendungsgebiete. Es folgt eine Einführung in zentrale Grundbegriffe der Statistik. Hierbei stehen die Begriffe Variable bzw. Merkmal, Skalen- bzw. Messniveau, Stichprobe, Grundgesamtheit und Vollerhebung im Fokus.

Danach steigen wir in statistische Verfahren zur Prüfung von Unterschieden bei mehr als zwei Gruppen ein und beschäftigen uns insbesondere mit verschiedenen Formen der Varianzanalyse. Darauf aufbauend behandeln wir statistische Verfahren zur Prüfung von Zusammenhängen und beleuchten das Feld der Korrelationsanalysen sowie der Partialkorrelationen.

Schließlich folgt eine Auseinandersetzung mit dem Thema der Regression und wir besprechen die lineare und logistische Regression anhand von Beispielen. Den Abschluss bilden strukturentdeckende Verfahren wie die Faktorenanalyse und die k-Means Clusteranalyse.

Wichtig ist es uns, in diesem Buch auch immer zu begründen, warum die jeweiligen Begrifflichkeiten oder Methoden bedeutsam sind, an welcher Stelle im Forschungsprozess sie relevant sind und welche Fragen sich damit beantworten lassen. Wir wünschen viel Freude beim Lesen und Lernen!

1. Deskriptive Statistik und Inferenzstatistik

Bei der **deskriptiven Statistik** und der **Inferenzstatistik** handelt es sich um die beiden Hauptbereiche der Statistik. Die deskriptive Statistik stellt Werkzeuge bereit, um eine **Stichprobe zu beschreiben**. Ausgehend von der Stichprobe kann nun mit Hilfe der Inferenzstatistik eine **Aussage über die Grundgesamtheit** getroffen werden.

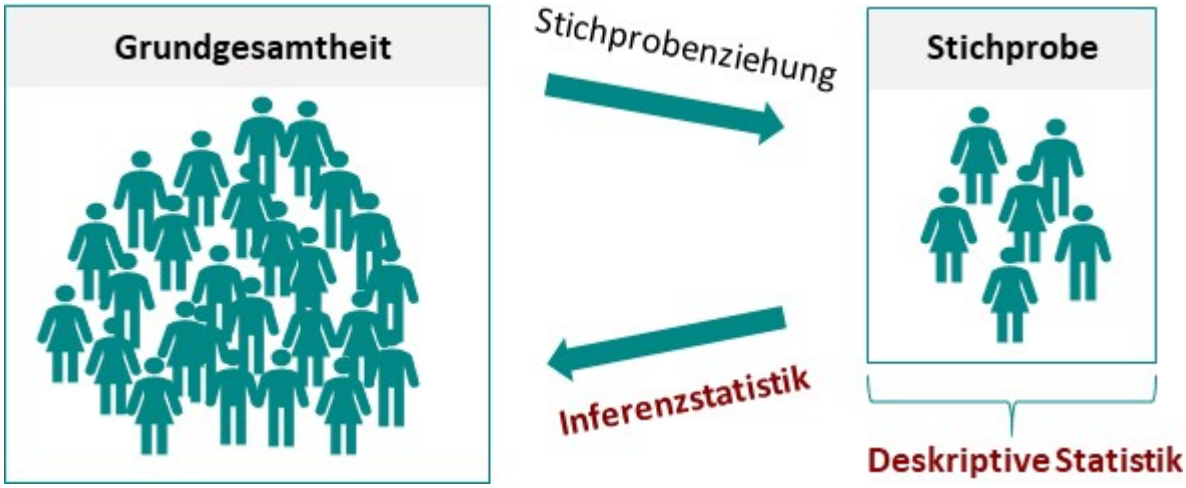

Abbildung 1: Grundgesamtheit und Stichprobe

1.1 Teilbereiche der Statistik

Ein Hauptanwendungsgebiet der Statistik ist es, eine Aussage über eine Grundgesamtheit zu treffen. Da es in den meisten Fällen aber nicht möglich ist, alle Daten der Grundgesamtheit zu bekommen, wird eine Stichprobe gezogen. Diese kann nun mithilfe der deskriptiven Statistik beschrieben werden, z.B. mit dem Mittelwert und Streuungsparametern wie die Standardabweichung.

Damit kann aber noch keine Aussage über die Grundgesamtheit getroffen werden, das ist Aufgabe der Inferenzstatistik. Die Inferenzstatistik verwendet eine Stichprobe aus der Grundgesamtheit, um mit Hilfe dieser Stichprobe

Schlussfolgerungen über die Grundgesamtheit zu ziehen. Ziel der Inferenzstatistik ist es also, von bekannten Parametern einer Stichprobe auf unbekannte Parameter der Grundgesamtheit zu schließen.

Die Inferenzstatistik versucht daher, im Gegensatz zur deskriptiven Statistik, Schlussfolgerungen zu ziehen, die über die unmittelbaren Daten hinausgehen. Um dies zu erreichen, werden in der Inferenzstatistik Hypothesentests wie der t-Test oder die Varianzanalyse verwendet.

1.2 Deskriptive Statistik

Ziel der deskriptiven Statistik ist es, einen Überblick über die Verteilung von Datenmengen zu gewinnen. Die deskriptive Statistik wird auch als **beschreibende Statistik** bezeichnet. Sie hilft dabei, Datenmengen zu beschreiben und anschaulich darzustellen.

Unter dem Begriff **deskriptive Statistik** werden somit statistische Methoden zur Beschreibung von Daten anhand **statistischer Kennwerte, Diagramme, Grafiken oder Tabellen** zusammengefasst.
Wichtig ist hierbei, dass nur die Eigenschaften der jeweiligen Stichprobe beschrieben und ausgewertet werden. In der deskriptiven Statistik werden dabei jedoch keine Schlussfolgerungen über andere Zeitpunkte oder die Grundgesamtheit getroffen. Dies ist Aufgabe der Inferenzstatistik bzw. schließenden Statistik.

Die verschiedenen **Teilbereiche der deskriptiven Statistik** lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

Abbildung 2: Teilbereiche der deskriptiven Statistik

7.2 t-Test für unabhängige Stichproben

Der t-Test für unabhängige Stichproben (oder „ungepaarter t-Test“) überprüft, ob sich zwei unabhängige Gruppen signifikant unterscheiden.

Der t-Test für unabhängige Stichproben wird verwendet, um eine Aussage über die Grundgesamtheit auf Basis zweier unabhängiger Stichproben zu treffen. Dazu wird der Mittelwert der beiden Stichproben verglichen. Wenn der Unterschied der Mittelwerte groß genug ist, wird angenommen, dass sich die beiden Gruppen unterscheiden.

7.2.1 Wofür benötige ich den unabhängigen t-Test?

Nehmen wir an, wir möchten prüfen, ob es einen Unterschied zwischen zwei Gruppen in der Grundgesamtheit gibt, z.B. ob es einen Unterschied im Gehalt zwischen Männern und Frauen gibt.

Da es nicht möglich ist, alle Männer und Frauen nach ihrem Gehalt zu fragen, ziehen wir eine Stichprobe. Diese kann beispielsweise 1000 Personen der deutschen Wohnbevölkerung umfassen. Im nächsten Schritt erstellen wir eine Umfrage und senden diese zufällig ausgewählten Personen zu. Um nun anhand dieser Stichprobe eine Aussage über die Grundgesamtheit treffen zu können, benötigen wir den unabhängigen t-Test.

Wozu dient der unabhängige bzw. ungepaarte t-Test?

Der unabhängige bzw. ungepaarte t-Test setzt die Mittelwertdifferenz in Relation zum Standardfehler des Mittelwerts. Der Standardfehler des Mittelwerts gibt an, wie stark der Mittelwert streut. Er zeigt somit an, wie weit der Stichprobenmittelwert der Daten wahrscheinlich vom wahren Populationsmittelwert entfernt ist. Wenn die Schwankung des Mittelwerts groß ist, ist dies ein Hinweis darauf, dass ein großer Unterschied in den Mittelwerten der beiden Gruppen sehr wahrscheinlich ist, auch durch Zufall.

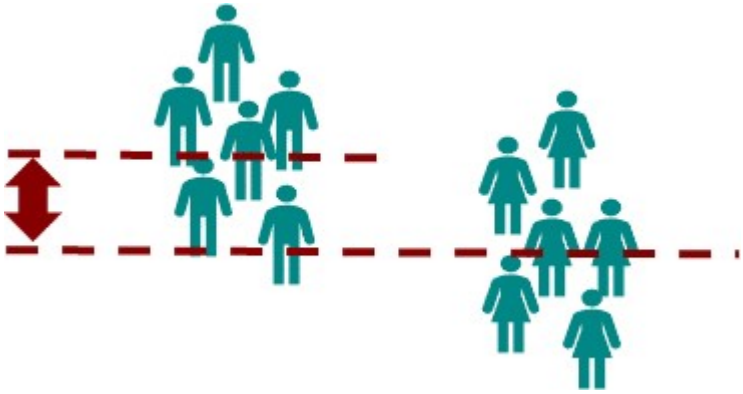

Abbildung 60: Mittelwertsunterschied

Je größer der Mittelwertunterschied in den beiden Gruppen ist und je kleiner der Standardfehler des Mittelwerts ausfällt, desto unwahrscheinlicher ist es, dass der gegebene Mittelwertsunterschied in den beiden Stichproben auf Zufall beruht.

7.2.2 Was sind unabhängige Stichproben?

Unabhängige Stichproben liegen vor, wenn kein Fall oder keine Person aus einer Gruppe einem Fall oder einer Person aus der anderen Gruppe zugeordnet werden kann. Dies ist z.B. gegeben, wenn man die Gruppe der Frauen und die Gruppe der Männer oder die Gruppe der Psychologiestudierenden mit jener der Mathematikstudierenden vergleicht.